



# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

## ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

### ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ & ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

#### ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΤΑΤΑΚΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

**ΕΡΩΤΗΜΑ 1** Βρείτε το όριο της ακολουθίας  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ .

**ΕΡΩΤΗΜΑ 2** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ , με  $x \in (-\infty, +\infty)$ . Να προσδιορίσετε:

- Τα διαστήματα του πεδίου ορισμού της στα οποία είναι α) αύξουσα, β) φθίνουσα
- Τα ακρότατά της (μέγιστα και ελάχιστα).
- Τα διαστήματα του πεδίου ορισμού της στα οποία
  - στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω
  - στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω.

**ΕΡΩΤΗΜΑ 3** Δίνεται η διανυσματική συνάρτηση  $\mathbf{r}(t) = e^{13t} \mathbf{i} + \frac{t-11}{t^2 - 22t + 121} \mathbf{j}$ . Υπολογίστε το εφαπτόμενο

διάνυσμα της  $\mathbf{r}(t)$  στη θέση  $t=0$  και το ορισμένο ολοκλήρωμά της  $\int_0^1 \mathbf{r}(t) dt$ .

**ΕΡΩΤΗΜΑ 4** Έστω έχουμε ένα κύκλωμα το οποίο αποτελείται από μία πηγή ηλεκτρεργετικής δύναμης  $E$  (Volt), η οποία είναι σταθερή  $E=300$  Volt, πυκνωτή χωρητικότητας  $C=1/10$  (Farad), ωμική αντίσταση  $R=2$  (Ohm) και διακόπτη  $\Delta$ , συνδεδεμένα σε σειρά. Τη χρονική στιγμή  $t=0$ , δεν διαπερνά ρεύμα το κύκλωμα (δηλαδή  $i(0)=0$  και το φορτίο του πυκνωτή είναι 0 δηλαδή  $Q(0)=0$ ), ο διακόπτης κλείνει και ζητείται να προσδιοριστεί η τιμή του φορτίου του πυκνωτή  $Q(t)$  ο οποίος αρχίζει να φορτίζεται. Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο (των τάσεων) του Kirchhoff, ο οποίος μας λέει ότι η ηλεκτρεργετική δύναμη ισοφαρίζει κάθε χρονική στιγμή την πτώση τάσης στον πυκνωτή  $\frac{Q}{C}$  όπου  $Q = Q(t)$  είναι το φορτίο του πυκνωτή και

την πτώση τάσης στην αντίσταση  $iR$ , ισχύει  $E - iR - \frac{Q}{C} = 0$ . Αφού λάβουμε υπόψη ότι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα ισούται με το ρυθμό μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή, δηλαδή  $i = \frac{dQ}{dt}$ , τότε η παραπάνω εξίσωση είναι ισοδύναμη με την  $R \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = E$ . Λύνοντας τη συγκεκριμένη διαφορική εξίσωση, με τη μέθοδο των χωριζομένων μεταβλητών, υπολογίστε το  $Q(t)$  για το συγκεκριμένο κύκλωμα. Χρησιμοποιήστε την αρχική συνθήκη του φορτίου του πυκνωτή για να καθορίσετε την τιμή της σταθεράς ολοκλήρωσης.

#### ΟΔΗΓΙΕΣ

Χρόνος εξέτασης 3 ώρες, επιτρέπεται η χρήση μόνο του τυπολογίου που σας δίνεται, βαθμολογία θεμάτων Ερ.1 μονάδες 2, Ερ.2 μονάδες 4, Ερ.3 μονάδες 6, Ερ.4 μονάδες 8.

Καλή επιτυχία.